Prof. Amador Martin-Pizarro — Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Übungen: Michael Lösch — Sommersemester 2021

Lineare Algebra II
Blatt 11
Letztes Blatt!
Abgabe: 19.07.2021, 10 Uhr
Gruppennummer angeben!

Aufgabe 1 (4 Punkte)**.**
Betrachte die Bilinearform im euklidischen Raum $\mathbb{R}^3$ mit Darstellungsmatrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

bezüglich der Standardbasis. Für welche Werte λ aus $\mathbb{R}$ ist die Bilinearform positiv definit?

Aufgabe 2 (6 Punkte)**.**
Seien $(V, \langle -,- \rangle_V)$ und $(W, \langle -,- \rangle_W)$ zwei euklidische Räume. Wir betrachten die äußere direkte Summe $V \oplus W$ (siehe Blatt 6, Aufgabe 1) zusammen mit der Abbildung

$$\begin{aligned} (V \oplus W) \times (V \oplus W) &\to \mathbb{K} \\ \big((v_1, w_1), (v_2, w_2)\big) &\mapsto \langle v_1, v_2 \rangle_V + \langle w_1, w_2 \rangle_W \end{aligned}$$

(a) Zeige, dass die obige Abbildung ein Skalarprodukt auf $V \oplus W$ definiert.

(b) Bestimme das orthogonale Komplement des Unterraumes $V \times \{0_W\}$ in $V \oplus W$.

Aufgabe 3 (10 Punkte)**.**
Sei $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ eine lineare Abbildung des euklidischen Raumes mit Darstellungsmatrix

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix}$$

bezüglich der Standardbasis.

(a) Zeige, dass F eine orthogonale Abbildung ist.

(b) Ohne die Determinante zu berechnen, bestimme ob A regulär ist.

(c) Finde eine ONB des orthogonalen Komplementes des Eigenraumes zum Eigenwert 1.

(d) Beschreibe vollständig die geometrische Interpretation der Transformation F.

Die Übungsblätter können zu zweit eingereicht werden. Abgabe in ILIAS als eine einzige PDF-Datei einreichen.